А.Н. Аполонский
И.Г. Идрисов

ФИЗИКА

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

MasterFiziki.ru

1 ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗАРЯДОВ. ЗАКОН КУЛОНА

Электрическое взаимодействие заряженных тел – один из основных видов взаимодействий в природе. Количественной характеристикой способности тела взаимодействовать с другими заряженными телами является электрический заряд. Напомним, что существуют два вида электрических зарядов – положительные и отрицательные. Тела, заряженные зарядами одного знака, отталкиваются друг от друга, зарядами разных знаков – притягиваются. Измеряется заряд в *кулонах* [Кл]. Основные свойства электрических зарядов, часто использующиеся при решении школьных задач, следующие:

1. Сумма зарядов в замкнутой системе тел сохраняется. При этом заряды тел в результате их соприкосновения друг с другом, соединения их проводником могут изменяться, однако сумма их сохраняется.

2. Заряд любого тела равен по модулю целому числу зарядов электрона. Это так называемый *закон кратности электрического заряда*. Обусловлен он тем, что заряд любого тела определяется количеством положительно заряженных частиц – *протонов* и отрицательно заряженных – *электронов*, из которых оно состоит. Заряды протонов и электронов равны по величине. Число их в составе незаряженного тела одинаково. Заряд же любого заряженного тела определяется избытком одного из видов этих частиц. Величина заряда электрона $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Основным законом электростатики является закон Кулона. Аналогично закону всемирного тяготения закон Кулона сформулирован для заряженных тел, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между ними (точечных зарядов). В вакууме или в воздухе модуль силы взаимодействия (притяжения или отталкивания в зависимости от знака зарядов)

$$F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2},$$

где q_1 и q_2 – величины взаимодействующих зарядов, r – расстояние между ними, k – постоянная величина, равная $9 \cdot 10\,\frac{Н \cdot м^2}{Кл^2}$. Иногда вместо k пользуются другой постоянной – ε_0. Связь между ними

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.$$

Masterfizik.ru

На наш взгляд удобнее пользоваться k, численное значение которой легко запоминается, да и в сходство закона Кулона и всемирного тяготения в этом случае очевидно. Точно так же, как и в случае с законом всемирного тяготения, пользоваться приведенной формулой можно и для неточечных заряженных тел сферической формы или обладающих сферической симметрией. В этом случае r – расстояние между их центрами.

Задача. Две одинаковых, заряженных отрицательно пылинки находятся в воздухе на расстоянии 1 мм друг от друга и отталкиваются с силой $4 \cdot 10^{-5}$ Н. Определите число избыточных электронов на каждой пылинке.

Решение. Сила взаимодействия пылинок F в соответствии с законом Кулона

$$F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}.$$

Выразим заряды пылинок через число избыточных электронов N на каждой из них

$$q_1 = q_2 = N \cdot e,$$

где e – заряд электрона. Тогда

$$F = k\frac{N^2 \cdot e^2}{r^2}$$

и

$$N = \frac{r}{e} \cdot \sqrt{\frac{F}{k}} = \frac{10^{-3}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-5}}{9 \cdot 10^{9}}} \approx 4 \cdot 10^{8}.$$

Школьные задачи на непосредственное использование закона Кулона не вызовут у Вас никаких затруднений, если Вы освоили приемы решения задач динамики и статики. Алгоритмы их решения ничем не отличаются – то же изображение картинки с обозначением сил, выбор координатных осей, выписывание и решение уравнений второго закона Ньютона для компонент сил и ускорений. Просто наряду с силами тяжести, трения, реакции и другими, действующими в задачах механики, добавляется еще одна сила – электростатического взаимодействия, определяемая формулой закона Кулона.

Задача. Два одинаковых заряженных шарика, каждый массой m = 0,01 г, подвешены на нитях длиной l = 50 см. Угол между нитями в положении равновесия равен α = 60°. Найти величину заряда шариков q.

MasterFiziki.ru

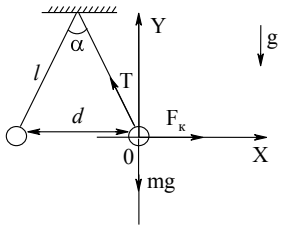


Рисунок 1

Решение. На каждый из шариков действуют три силы: тяжести mg, кулоновского взаимодействия $F_к$, натяжения нити T. Выбрав направление координатных осей OX и OY, как показано на рисунке 1, выпишем уравнения второго закона Ньютона для одного из шариков

$$\text{OX:} \qquad F_к - T \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = 0;$$

$$\text{OY:} \qquad T \cdot \cos\frac{\alpha}{2} - mg = 0.$$

Выражая T из второго уравнения

$$T = \frac{mg}{\cos\frac{\alpha}{2}},$$

подставляя его в первое, получаем

$$F_к - \frac{mg \cdot \sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} = 0,$$

$$F_к = mg \cdot tg\frac{\alpha}{2}.$$

В соответствии с законом Кулона

$$F_к = \frac{k \cdot q^2}{d^2},$$

где d – расстояние между шариками. Из геометрии

$$d = 2l \cdot \sin\frac{\alpha}{2}.$$

Тогда

$$\frac{k \cdot q^2}{4l^2 \cdot \sin^2\frac{\alpha}{2}} = mg \cdot tg\frac{\alpha}{2}$$

и

MasterFiziki.ru

$$q = 2l \cdot \sqrt{\frac{mg \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot tg \frac{\alpha}{2}}{k}} =$$

$$= 2 \cdot 0{,}5 \cdot \sqrt{\frac{10^{-5} \cdot 10 \cdot \sin^2 30^\circ \cdot tg 30^\circ}{9 \cdot 10^9}} =$$

$$= \frac{10^{-2}}{3} \cdot \sqrt{0{,}25 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} \approx 1{,}2 \cdot 10^{-3}\ (Кл).$$

Один из часто встречающихся типов задач на закон Кулона связан со сравнением взаимодействия двух заряженных тел (шариков) до и после их соприкосновения друг с другом. При соприкосновении заряды этих тел изменяются, но сумма их, в соответствии с законом сохранения заряда, остается прежней. В простейшем случае, если тела одинаковы, их заряды равны.

Задача. Два одинаковых металлических шарика имеют заряды одного знака, причем заряд одного из них в пять раз больше заряда другого. Во сколько раз увеличится сила взаимодействия шариков, если их привести в соприкосновение и поместить на прежнем расстоянии друг от друга?

Решение. Если обозначить заряды шариков до их соприкосновения $q_1 = q$ и $q_2 = 5q$, то сила их взаимодействия на расстоянии r друг от друга

$$F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = \frac{5k \cdot q^2}{r^2}.$$

После соприкосновения заряды шариков изменяются: q_1' и q_2'. Но так как шарики одинаковы, а сумма их зарядов сохраняется, то

$$q_1' + q_2' = q_1 + q_2 = 6q,$$

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = 3q$$

и сила взаимодействия после соприкосновения

$$F' = k \cdot \frac{q_1' \cdot q_2'}{r^2} = \frac{9k \cdot q^2}{r^2}.$$

Сила F' больше прежней силы F в

Masterfizik.ru

$$\frac{F'}{F} = \frac{\dfrac{9k \cdot q^2}{r^2}}{\dfrac{5k \cdot q^2}{r^2}} = 1{,}8 \text{ раза}.$$

Если взаимодействующие заряды находятся не в воздухе или вакууме, а в какой-либо диэлектрической среде, то сила взаимодействия уменьшается в ε раз, где ε – диэлектрическая проницаемость среды

$$F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{\varepsilon \cdot r^2}.$$

Никаких особенностей, кроме изменения силы взаимодействия зарядов, наличие диэлектрика не вносит.

2 НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ. ФОРМУЛЫ ДЛЯ НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ТЕЛ. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ

Согласно современной физической теории заряженные тела создают в пространстве вокруг себя электрическое поле, которое и действует на другие заряженные тела. Основным понятием в теории электрического поля является *напряженность*. Это характеристика силы, с которой поле действует на заряды, или, как часто говорят, силовая характеристика поля. Если величина напряженности E известна, то сила F, с которой поле действует на точечный заряд q

$$F = q \cdot E.$$

Собственно говоря, напряженность и нужна, чтобы рассчитывать силы, действующие на заряды. Измеряется напряженность электрического поля в ньютонах на кулон $\left[\dfrac{Н}{Кл}\right]$ или в вольтах на метр $\left[\dfrac{\text{В}}{\text{м}}\right]$. Разумеется, это одно и то же.

Задача. На заряд $q = 0{,}33 \cdot 10^{-7}$ Кл, внесенный в некоторую точку электрического поля, действует сила $F = 1{,}0 \cdot 10^{-5}$ Н. Найти напряженность поля в данной точке.

Решение. По определению

$$F = q \cdot E,$$

$$E = \frac{F}{q} = \frac{10^{-5}}{0{,}33 \cdot 10^{-7}} \approx 300\left(\frac{\text{В}}{\text{м}}\right).$$

MasterFizki.ru

Некоторые из задач электростатики, по существу, представляют собой обычные задачи механики, в которых на тело действует электрическая сила $F = q \cdot E$. Примером является следующая задача.

Задача. Между горизонтальными пластинами конденсатора в поле тяжести "висит" неподвижная капля масла массой m = 3,2·10^{-12} кг, обладающая отрицательным зарядом. Найти количество "избыточных" электронов на капле, если напряженность электрического поля в конденсаторе 10^5 В/м.

Решение. Капля может находиться в равновесии лишь в случае, если действие силы тяжести mg компенсировано электрической силой $F = q \cdot E$ (рисунок 2)

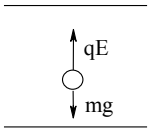


Рисунок 2

$$mg = q \cdot E,$$

$$q = \frac{mg}{E}.$$

Заряд капли определяется числом "избыточных" электронов N_e

$$q = N_e \cdot e$$

Отсюда

$$N_e = \frac{q}{e} = \frac{mg}{e \cdot E} = \frac{3{,}2 \cdot 10^{-12} \cdot 10}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^5} = 2000.$$

Поскольку напряженность электрического поля характеризует векторную величину – силу $\vec{F}$, сама напряженность является вектором $\vec{E}$. Направление его совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Соответственно, сила, действующая на отрицательный заряд, направлена против $\vec{E}$. Очень удобно графически изображать электрическое поле с помощью *линий напряженности*, иначе *силовых линий*. При этом направление силовой линии, проходящей через некоторую точку пространства, совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд, а частота линий в какой-либо области пространства тем больше, чем больше величина $\vec{E}$ в этой области (рисунок 3). Так на рисунке 3

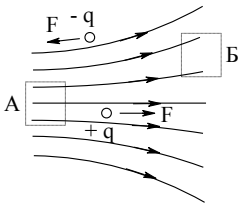


Рисунок 3

MasterFizIki.ru

величина напряженности E в области А больше, чем в области Б. На этом же рисунке обозначены силы, действующие на заряды разных знаков.

Для расчета напряженности полей, созданных различными заряженными телами или системами тел, необходимо знать формулы для величины напряженности и направление линий напряженности для нескольких основных элементарных систем. Напомним их.

2.1 Точечный заряд

Величина напряженности точечного заряда

$$E = \frac{k \cdot q}{r^2},$$

где q – модуль заряда, r – расстояние до точки, в которой рассчитывается напряженность. Если заряд положительный (+ q), вектор напряженности направлен по прямой "от заряда", если отрицателен – "к заряду" (рисунок 4)

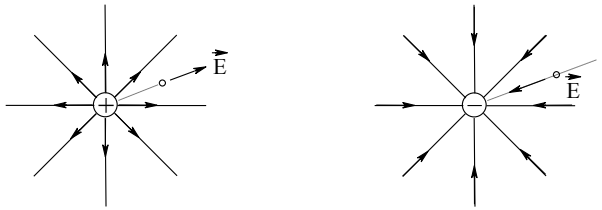


Рисунок 4

2.2 Равномерно заряженная сфера

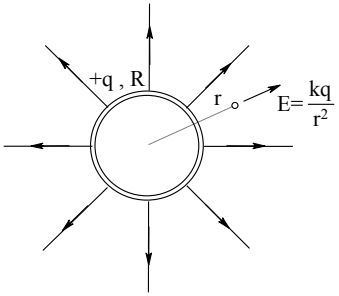


Рисунок 5

Прежде всего, напомним различие между сферой и шаром. Шар – тело, сфера – поверхность. Сфера – пустая внутри оболочка. Напряженность электрического поля снаружи сферы в точности такая же, как если бы весь заряд q, распределенный по ее поверхности, был сосредоточен в ее центре

$$E = \frac{k \cdot q}{r^2}.$$

Но будьте очень внимательны – это верно лишь для точек, находящихся снаружи сферы. Внутри равномерно заряженной сферы поле отсутствует и $E = 0$.

Если в задаче речь идет о заряженном *проводящем шаре*, ситуация полностью аналогична предыдущей. Дело в том, что весь заряд проводящего шара равномерно распределяется по его поверхности, что полностью соответствует картинке сферы. Внутри такого шара поле отсутствует, а поле снаружи совпадает с полем точечного заряда, равного по величине заряду всего шара, помещённого в его центре. Запомните, вообще для любой системы со сферической симметрией, если заряд распределён в ней симметрично, напряжённость поля снаружи совпадает с полем точечного заряда, помещённого в центр системы.

2.3 Бесконечная, равномерно заряженная плоскость

Естественно, в действительности бесконечных плоскостей не бывает. Любой заряженный плоский объект может рассматриваться как бесконечная плоскость при расчете полей на расстояниях, много меньших его размеров, т.е. вблизи поверхности. Величина напряженности зависит от поверхностной плотности заряда σ.

$$E = 2\pi \cdot k \cdot \sigma .$$

Поверхностная плотность заряда σ показывает, какова величина заряда, приходящаяся на единицу поверхности, и определяется как

$$\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S},$$

где ΔS – площадь какого-либо участка поверхности, Δq – заряд на этом участке.

Единица измерения σ – кулон на квадратный метр $\left[\frac{Кл}{м^2}\right]$. Линии напряженности электрического поля направлены перпендикулярно

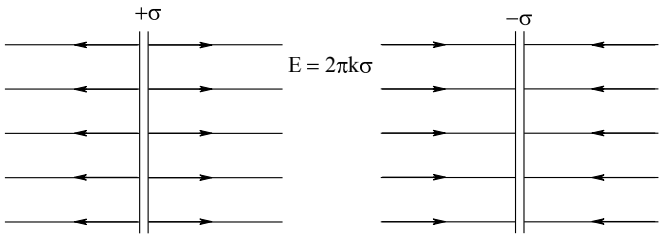


Рисунок 6

Mastertiki.ru

плоскости, "от плоскости", заряженной положительно, "к плоскости", заряженной отрицательно (рисунок 6). Линии идут одинаково густо, так как напряженность не зависит от расстояния до плоскости (пока точки находятся достаточно близко, и плоскость может считаться бесконечной).

Отнеситесь, пожалуйста, очень серьезно к вышеописанному разделу. Не владея свободно этой информацией, Вы не сможете решить ни одной серьезной задачи. Знания, однако, только формул для напряженности поля элементарных заряженных систем недостаточно. Необходим еще *принцип суперпозиции*. Он позволяет определять напряженность поля, созданного несколькими заряженными телами. Напряженность результирующего поля $\vec{E}$ равна векторной сумме напряженностей ($\vec{E}_1, \vec{E}_2 ....$), создаваемых заряженными телами по отдельности

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + ...$$

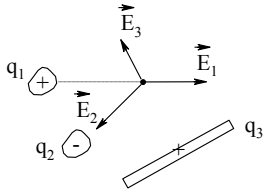


Рисунок 7

Приведем несколько примеров использования принципа суперпозиции для расчета напряженности.

Задача. Два точечных заряда величиной q_1 = 13,5 нКл и q_2 = 32 нКл находятся в вершинах острых углов прямоугольного треугольника (рисунок 8). Длины соответствующих катетов a = 15 см и b = 20 см. Определить напряженность электрического поля, созданного зарядами, в вершине прямого угла – точке О.

Решение. Рассчитаем сначала значения напряженностей, создаваемых зарядами в точке О по отдельности

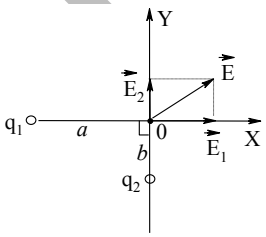


Рисунок 8

$$E_1 = \frac{k \cdot q_1}{a^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 13{,}5 \cdot 10^{-9}}{0{,}0225} =$$

$$= 5{,}4 \cdot 10^3 \text{ (В/м)}.$$

$$E_2 = \frac{k \cdot q_2}{b^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 32 \cdot 10^{-9}}{0{,}04} =$$

$$= 7{,}2 \cdot 10^3 \text{ (В/м)}.$$

Очень важно (ведь дело приходится иметь с векторами) сразу разобраться с направлением напряженностей. При выборе координатных осей OX и OY, как показано на рисунке 8, $\vec{E}_2$ направлено по оси OY (от положительного заряда q_2), E_1 – по оси OX (от q_1). Далее считаем результирующую напряженность как векторную сумму $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ по обычному алгоритму сложения векторов, т.е. выписываем выражения для их *x*- и *y*-компонент, складываем соответствующие компоненты и по теореме Пифагора определяем величину результирующей напряженности.

$$E_{1x} = E_1 = 5400 \text{ В/м} \; ; \; E_{1y} = 0,$$
$$E_{2x} = 0 \; ; \; E_{2y} = E_2 = 7200 \text{ В/м},$$
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2,$$
$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = 5400 \text{ (В/м)},$$
$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = 7200 \text{ (В/м)},$$
$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{(5400)^2 + (7200)^2} = 9000 \text{(В/м)}.$$

Задача. Две бесконечных, равномерно заряженных плоскости с поверхностными плоскостями зарядов $\sigma_1 = 2\dfrac{\text{мк}Кл}{\text{м}^2}$ и $\sigma_2 = -1\dfrac{\text{мк}Кл}{\text{м}^2}$ расположены параллельно друг другу (рисунок 9). Определите величину напряженности электрического поля в пространстве между плоскостями и снаружи.

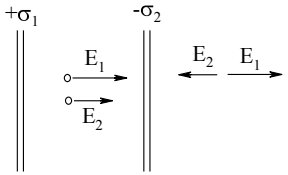


Рисунок 9

Решение. Рассчитаем величину напряженностей E_1 и E_2, создаваемых плоскостями по отдельности

$$E_1 = 2\pi k\sigma_1 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \approx$$
$$\approx 1{,}13 \cdot 10^5 \text{ (В/м)};$$
$$E_2 = 2\pi k\sigma_2 = 1 \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \approx$$
$$\approx 0{,}565 \cdot 10^5 \text{ (В/м)}.$$

На рисунке 9 показаны направления векторов E_1 и E_2 в пространстве между плоскостями и снаружи. Так как векторы параллельны, то, учитывая их направления

внутри: $E = E_1 + E_2 = 1{,}695 \cdot 10^5$ (В/м);

kasterfizki.ru

снаружи: $E = E_1 - E_2 = 0{,}565 \cdot 10^5$ (В/м).

Задача. В центре сферы радиуса R, заряженной отрицательным зарядом $q_1 = -q$, располагается точечный положительный заряд $q_2 = +3q$ (рисунок 10). Определите величину напряженности электрического поля в точках на расстояниях $R/3$ и $2R$ от центра сферы.

Решение. Заряженная сфера внутри себя поля не создает. Поэтому напряженность поля в точке А (рисунок 10) определяется только полем точечного заряда

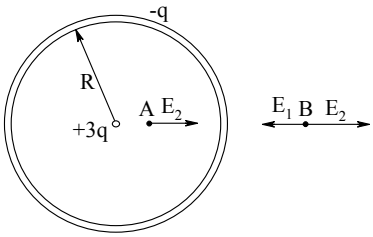


Рисунок 10

$$E = E_2 = \frac{k \cdot q_2}{r_A^2} = \frac{k \cdot 3q}{(R/3)^2} = \frac{27k \cdot q^2}{R^2}.$$

Снаружи (точка В) напряженность равна векторной сумме напряженностей сферы $\vec{E}_1$ и заряда $\vec{E}_2$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

С учетом направления векторов (см. рисунок 10)

$$E = E_1 - E_2 = \frac{k \cdot q_2}{(2R)^2} - \frac{k \cdot q_1}{(2R)^2} = \frac{3k \cdot q}{4R^2} - \frac{k \cdot q}{4R^2} = \frac{k \cdot q}{2R^2}.$$

Очень популярными являются задачи, где надо выяснить положение точки, в которой напряженность равна нулю.

Задача. Два заряда $q_1 = +1$ мкКл и $q_2 = +4$ мкКл находятся на расстоянии $l = 0{,}6$ м друг от друга. Определить расстояние от первого заряда до точки, в которой значение напряженности электрического поля равно нулю.

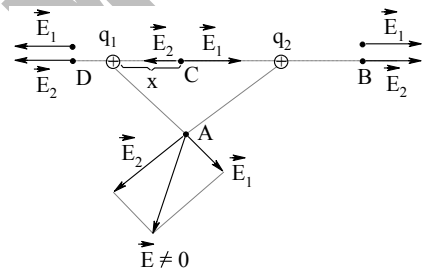


Рисунок 11

Решение. Попробуем разобраться, где может находиться точка с $E = 0$. Выберем, какую-либо точку (точка А на рисунке 11) за предела-

Mastertfizik.ru

ми прямой, проходящей через заряды. В этой точке векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ полей, созданных зарядами q_1 и q_2 по отдельности, направлены под углом друг к другу (не параллельно). При сложении таких векторов нуль не получится никогда. Следовательно, если точка с $E = 0$ и есть, она может находиться лишь на прямой, проходящей через оба заряда, где векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ параллельны. В точках B и D слева и справа от зарядов векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ направлены одинаково и в сумме нуль дать не могут. Остается рассмотреть точки на прямой между зарядами. В этих точках (точка C на рисунке 11) векторы напряженностей направлены противоположно друг другу и могут в сумме дать нуль. Пусть расстояние от q_1 до искомой точки равно x. Чтобы сумма

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

равнялась нулю, необходимо, чтобы модули противоположно направленных $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ были равны

$$E_1 = E_2;$$

$$\frac{k \cdot q_1}{x^2} = \frac{k \cdot q_2}{(l-x)^2};$$

$$\frac{(l-x)^2}{x^2} = \frac{q_2}{q_1} = 4;$$

$$\frac{l-x}{x} = \sqrt{4} = 2;$$

$$l - x = 2x;$$

$$l = 3x;$$

$$x = \frac{l}{3} = \frac{0{,}6}{3} = 0{,}2\ (\text{м}).$$

3 ПОТЕНЦИАЛ. РАЗНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ. ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ ТОЧЕЧНЫХ ЗАРЯДОВ

Следующей важнейшей характеристикой электрического поля является *потенциал*. Если напряженность $\vec{E}$ определяет величину и направление силы, действующей на заряд q в данной точке пространства, то потенциал φ позволяет определить потенциальную энергию U этого заряда по формуле

Masterfiziki.ru

$$U = q \cdot \varphi .$$

Основная цель введения потенциала – распространить использование закона сохранения энергии на электрическое взаимодействие тел. Измеряется потенциал в вольтах [В].

$$1\text{В} = \frac{1Дж}{1Кл}.$$

Задача. Под действием сил электрического поля частица с зарядом q = +1 нКл массой 1 г переместилась из точки А с потенциалом φ_A = 500 В в точку В с потенциалом φ_B = 300 В. Скорость частицы в точке А равнялась нулю. Определите скорость частицы в точке В.

Решение. В соответствии с законом сохранения энергии сумма кинетической и потенциальной энергии частицы при движении ее в поле сил, для которых введено понятие потенциала, не меняется (если никакие другие "внешние" силы, потенциал которых не учтен, не действуют). Тогда

$$E_{KA} + U_A = E_{KB} + U_B,$$

где E_{KA} и E_{KB} – кинетические энергии частицы в точках А и В, U_A и U_B – потенциальные энергии.

$$E_{KA} = \frac{m \cdot V_A^2}{2}\ ;\ E_{KB} = \frac{m \cdot V_B^2}{2};$$

$$U_A = q \cdot \varphi_A\ ;\ U_B = q \cdot \varphi_B$$

и

$$\frac{m \cdot V_A^2}{2} + q \cdot \varphi_A = \frac{m \cdot V_B^2}{2} + q \cdot \varphi_B .$$

Так как $V_A = 0$

$$\frac{m \cdot V_B^2}{2} = q \cdot (\varphi_A - \varphi_B)$$

и

$$V_B = \sqrt{\frac{2q \cdot (\varphi_A - \varphi_B)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^2}{10^{-3}}} = 2 \cdot 10^{-2}\ (\text{м/с}).$$

Величина потенциала и потенциальной энергии заряда в электрическом поле может быть как положительной, так и отрицательной. Отрицательное значение потенциальной энергии – вещь обычная. Так например, в механике тело в яме глубиной h в поле тяжести Земли обладает отрицательной энергией минус mgh, если его потенциальная энер-

MasterFizik.ru

гия на поверхности земли принята равной нулю. Все зависит от выбора положения с нулевой потенциальной энергией. Отрицательной, потенциальной энергией, обладает отрицательный заряд в точке с положительным потенциалом, а положительный – в точке с отрицательным.

Иногда в задачах просят определить работу сил электрического поля при перемещении заряда из одной точки в другую. Непосредственно из определения потенциальной энергии работа сил поля A по перемещению тела в нем (не обязательно электрического, это могут быть и гравитационные силы) равна разнице начальной U_1 и конечной U_2 потенциальной энергии тела.

$$A = U_1 - U_2.$$

Для электрического заряда q при перемещении его из точки с φ_1 в точку с φ_2

$$A = q\cdot(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Но различайте работу сил электрического поля и работу каких-либо внешних сил по перемещению заряда. В первом случае вопрос звучит примерно так: "Определить работу электрического поля при перемещении заряда …" Во втором: "Какую работу необходимо совершить, чтобы переместить заряд …". Знаки этих работ противоположны. Однако не бойтесь запутаться! Как правило, речь идет о величине (т.е. о модуле) работы, так что просто умножайте заряд на модуль разницы потенциалов. Например, такая задача.

Задача. При переносе заряда с Земли в точку поля с потенциалом 1000 В была проведена работа $1{,}0\cdot10^{-5}$ Дж. Найдите величину заряда.

Решение. По договоренности, о которой следовало бы чаще напоминать, электрический потенциал на поверхности Земли, как и на бесконечности, принят равным нулю. Обратите на это внимание, на экзамене Вам это никто разъяснять не будет! Как уже говорилось, модуль работы |A| (хоть сил поля, хоть внешних сил, заметьте, авторы задачи даже не пытаются это уточнять)

$$|A| = q\cdot|\Delta\varphi|,$$

где q – заряд, $\Delta\varphi$ – разница потенциалов.

Отсюда

$$q = \frac{|A|}{|\Delta\varphi|} = \frac{1{,}0\cdot10^{-5}}{10^3} = 10^{-8}\ (Кл).$$

Теперь поучимся определять значение потенциала в заданной точке пространства, если известно, какими заряженными телами создано электрическое поле. В 80% случаев речь идет о поле нескольких то-

Masterfiziki.ru

чечных зарядов. Так вот, потенциал φ поля одного точечного заряда q на расстоянии r от него

$$\varphi = \frac{k \cdot q}{r}.$$

При этом, если заряд положителен, потенциал тоже имеет знак "+", если отрицателен – знак потенциала "–". Таким образом, Вы можете просто подставлять в формулу величину заряда с его собственным знаком, получится как раз то, что нужно. (Не путайте формулу для потенциала с формулой для напряженности $E = \frac{k \cdot q}{r^2}$. Это одна из самых распространенных ошибок). Оговорим еще раз, что эта формула справедлива в предположении, что потенциал поля бесконечно далеко от заряда равен нулю.

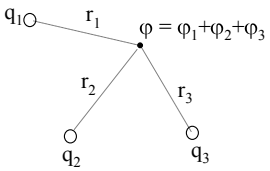


Рисунок 12

При расчете потенциала поля, созданного несколькими точечными зарядами, снова используется принцип суперпозиции: результирующий потенциал равен сумме потенциалов, создаваемых в этой точке зарядами по отдельности (рисунок 12)

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + ... = \frac{k \cdot q_1}{r_1} + \frac{k \cdot q_2}{r_2} + ...$$

Рассчитывать потенциалы проще, чем напряженности – это не векторы, у них нет направлений, компонент. Надо просто сложить несколько положительных или отрицательных чисел.

Задача. Имеются два заряда величиной q_1 = 4 нКл и q_2 = –12 нКл. Определите значение потенциала электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 20 см от первого и 40 см от второго заряда.

Решение. Положение точки по отношению к зарядам, расстояние между самими зарядами несущественны – были бы известны расстояния от точки до зарядов. По принципу суперпозиции для потенциала

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{k \cdot q_1}{r_1} + \frac{k \cdot q_2}{r_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{0{,}2} +$$

$$+ \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-12) \cdot 10^{-9}}{0{,}4} = 180 - 270 = -90\,(\text{В}).$$

mastefizika.ru

Несколько реже встречаются задачи на потенциалы с заряженными сферами или плоскостями. Для заряженной сферы (и для любого сферически симметричного заряженного тела), как уже говорилось, поле снаружи полностью совпадает с полем точечного заряда, помещенного в центре, равного общему заряду сферы. То есть снаружи сферы

$$\varphi = \frac{k \cdot Q}{r},$$

где Q – полный заряд сферы, r – расстояние до ее центра (рисунок 13).

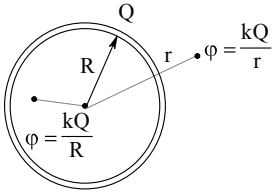


Рисунок 13

Внутри сферы напряженность равна нулю, силы на заряд, перемещающийся в пустом пространстве внутри сферы, не действуют, и работа не совершается. Следовательно и разница потенциалов между любыми точками внутри сферы также равна нулю ($\Delta\varphi = \frac{A}{q}$!), а потенциал в любой точке внутри сферы один и тот же, вплоть до поверхности. Но на поверхности потенциал совпадает с потенциалом точечного заряда при $r = R$, поэтому снаружи сферы везде

$$\varphi = \frac{k \cdot Q}{R}.$$

Задача. В центре сферы радиусом R, заряженной зарядом $+q$, помещен равный по величине точечный заряд $+q$. Во сколько раз отличаются потенциалы в точках внутри, на расстоянии $R/2$ от центра, и снаружи, на расстоянии R от поверхности сферы.

Решение. Используем принцип суперпозиции. В точке А (рисунок 14)

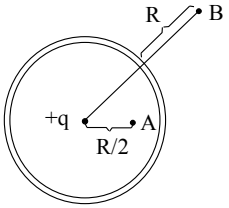


Рисунок 14

$$\varphi_A = \frac{k \cdot q}{R/2} + \frac{k \cdot q}{R}.$$

Здесь первое слагаемое – потенциал поля точечного заряда в точке А, второе – потенциал сферы. В точке В аналогично

$$\varphi_B = \frac{k \cdot q}{2R} + \frac{k \cdot q}{2R},$$

$2R$ – расстояние до точки В от центра.

Таким образом, после вычислений

$$\varphi_A = \frac{3k \cdot q}{R} \; ; \; \varphi_B = \frac{k \cdot q}{R}$$

и

$$\frac{\varphi_A}{\varphi_B} = 3 \, .$$

В задачах с бесконечной плоскостью обычно говорят лишь о разнице потенциалов между двумя точками, так как объявить потенциал равным нулю на бесконечности по ряду соображений неудобно. В однородном поле, создаваемом плоскостью, разница потенциалов между точками А и В

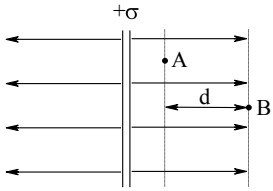


Рисунок 15

$$\varphi_A - \varphi_B = E \cdot d = 2\pi \cdot k \cdot \sigma \cdot d \, .$$

Здесь (рисунок 15) E – напряженность, d – проекция расстояния между точками на направление силовых линий (иногда говорят о "расстоянии вдоль силовой линии").

Задача. При какой минимальной начальной скорости V положительный заряд $+q$ массой m, находящийся на расстоянии l от равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда $+\sigma$, сможет долететь до нее? Начальная скорость заряда направлена к плоскости, перпендикулярно к ней (рисунок 16).

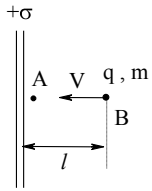


Рисунок 16

Решение. Задача может быть решена и без использования понятия потенциала, но разберем именно такой прием решения. Обозначим точку, где первоначально находится заряд, за В, точку на поверхности, куда он может попасть, за А. Из закона сохранения энергии

$$\frac{mV^2}{2} + q \cdot \varphi_B = q \cdot \varphi_A \, .$$

Здесь $\frac{mV^2}{2}$ – начальная кинетическая энергия заряда,

$q \cdot \varphi_B = U_B$ – его потенциальная энергия в точке В,

$q \cdot \varphi_A = U_A$ – его потенциальная энергия в точке А.

Мы считаем, что кинетическая энергия в точке А равна нулю (лишь бы заряд долетел!) Тогда

$$\frac{mV^2}{2} = q \cdot (\varphi_A - \varphi_B).$$

Но для плоскости

$$\varphi_A - \varphi_B = 2\pi \cdot k \cdot \sigma \cdot l,$$

откуда

$$\frac{mV^2}{2} = 2\pi \cdot k \cdot \sigma \cdot q \cdot l,$$

$$V = 2 \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot k \cdot \sigma \cdot q \cdot l}{m}}.$$

К довольно сложным относятся задачи, где необходимо рассчитывать потенциал, создаваемый заряженным кольцом на оси, проходящей через центр кольца, или частью сферы в центре сферы. В обоих случаях используется то, что все точки, в которых размещен заряд, одинаково удалены от точки, где рассчитывается потенциал. Например, следующая задача.

Задача. На тонком закрепленном кольце радиусом R равномерно распределен заряд $+Q$. В точке на оси, проходящей через центр кольца, на расстоянии R от центра, помещен шарик массы m, заряженный зарядом $+q$ (рисунок 17). Определите скорость, которую приобретет шарик, улетев в бесконечность, если его отпустить.

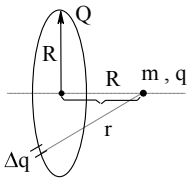


Рисунок 17

Решение. Определим потенциал поля в точке, где располагается шарик. Кольцо мысленно разобьем на маленькие участки с зарядами Δq. Все такие заряды находятся на одном и том же расстоянии от точки с шариком, и это расстояние равно

$$\sqrt{R^2 + R^2} = R \cdot \sqrt{2}.$$

Каждый "зарядик" Δq создает в этой точке потенциал

$$\Delta\varphi = \frac{k \cdot \Delta q}{r} = \frac{k \cdot \Delta q}{\sqrt{2} \cdot R}.$$

Чтобы посчитать потенциал всего кольца, сложим в соответствии с принципом суперпозиции потенциалы всех "зарядиков", на которые было разбито кольцо.

$$\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3 + ... =$$

MasterFizik.ru

$$= \frac{k \cdot \Delta q_1}{\sqrt{2} \cdot R} + \frac{k \cdot \Delta q_2}{\sqrt{2} \cdot R} + ... = \frac{k \cdot (\Delta q_1 + \Delta q_2 + ...)}{\sqrt{2} \cdot R}.$$

Но сумма всех "зарядиков" равна заряду кольца Q. Тогда

$$\varphi = \frac{k \cdot Q}{\sqrt{2} \cdot R} = \frac{\sqrt{2} \cdot k \cdot Q}{2R}.$$

Теперь очередь закона сохранения энергии. В начальном положении шарик обладает потенциальной энергией,

$$U = q \cdot \varphi = \frac{\sqrt{2} \cdot k \cdot Q \cdot q}{2R},$$

а его кинетическая энергия равна нулю. После того, как шарик улетит в бесконечность, его потенциальная энергия обратится в нуль, зато появится кинетическая энергия $E_K = \frac{mV^2}{2}$. По закону сохранения энергии

$$E_K = U,$$

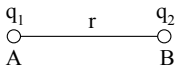
$$\frac{mV^2}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot k \cdot Q \cdot q}{2R}$$

и

$$V = \sqrt{\frac{\sqrt{2} \cdot k \cdot Q \cdot q}{m \cdot R}}.$$

3.1 Потенциальная энергия системы точечных зарядов

До сих пор мы разбирали задачи о потенциальной энергии заряда в электрическом поле. Но само поле создается заряженными телами. Поэтому правильней говорить не о потенциальной энергии одного заряда, а о потенциальной энергии взаимодействующих зарядов. Рассмотрим пример двух взаимодействующих точечных зарядов q_1 и q_2, находящихся на расстоянии r друг от друга. Заряд q_1 создает в точке В, где находится заряд q_2, поле с потенциалом



$$\varphi_B = \frac{k \cdot q_1}{r}.$$

Энергия заряда q_2 в этом поле

Mastefizik.ru

$$U_2 = q_2 \cdot \varphi_B = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{r}.$$

Рассчитаем теперь энергию q_1 в поле q_2. Потенциал поля заряда q_2 в точке А

$$\varphi_A = \frac{k \cdot q_2}{r}.$$

Энергия заряда q_1 в этом поле

$$U_1 = q_1 \cdot \varphi_A = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{r}.$$

Видно, что подсчитанные таким образом U_1 и U_2 – одна и та же энергия. Это и есть выражение для потенциальной энергии взаимодействия пары зарядов q_1 и q_2

$$U = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{r}.$$

Если зарядов не два, а больше, действуйте следующим образом: выделите все возможные пары зарядов, рассчитайте энергию для каждой пары, а затем сложите все полученные энергии. Не забудьте при этом, что потенциальная энергия пары разноименных зарядов отрицательна.

Задача. Четыре одинаковых шарика массой m, заряженные одинаковыми зарядами q, помещены в вершинах квадрата со стороной a. Определите потенциальную энергию данной системы зарядов. Какую скорость приобретут шарики, разлетевшись бесконечно далеко друг от друга, если их освободить?

Решение. Определим потенциальную энергию системы зарядов. Четыре заряда образуют шесть пар: AB, BC, CD, AD, AC и BD (смотри рисунок 18). Энергия каждой пары из первых четырех

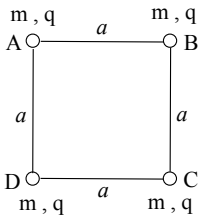


Рисунок 18

$$U_1 = \frac{k \cdot q^2}{a},$$

каждой пары из двух последних ("диагональных")

$$U_2 = \frac{k \cdot q^2}{\sqrt{2} \cdot a} = \frac{\sqrt{2} \cdot k \cdot q^2}{2a}.$$

Общая потенциальная энергия системы зарядов

$$U = 4U_1 + 2U_2 = \frac{k \cdot q^2}{a} \cdot \left(4 + \sqrt{2}\right).$$

После разлета шариков их потенциальная энергия превращается в нуль, переходя в их кинетическую энергию

$$E_K = 4 \cdot \frac{mV^2}{2}.$$

Из закона сохранения энергии

$$E_K = U,$$

$$4 \cdot \frac{mV^2}{2} = \frac{k \cdot q^2}{a} \cdot \left(4 + \sqrt{2}\right),$$

откуда

$$V = q \cdot \sqrt{\frac{k \cdot (4 + \sqrt{2})}{2m \cdot a}} = q \cdot \sqrt{\left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \frac{k}{m \cdot a}}.$$

Другой пример.

Задача. Точечные заряды q_1 = 1 мкКл и q_2 = –2 мкКл находятся на расстоянии l = 10 см друг от друга. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить это расстояние вдвое?

Решение. Здесь снова придется воспользоваться законом сохранения энергии. Однако, в отличие от предыдущих случаев, здесь действуют внешние (неэлектрические) силы, работу которых и нужно определить. В таких случаях в законе сохранения энергии работа внешних сил должна прибавляться к сумме начальных кинетической и потенциальной энергий (работа внешних сил – это как раз величина, на которую меняется энергия системы тел). В виде наиболее общей формулы закон сохранения энергии должен записываться так

$$E_{K1} + U_1 + A = E_{K2} + U_2.$$

Здесь E_{K1} и U_1 –начальные значения кинетической и потенциальной энергии, E_{K2} и U_2 – конечные значения, А – работа внешних сил.

В нашем случае заряды неподвижны, т.е. $E_{K1} = E_{K2} = 0$, $U_1 = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{l}$, $U_2 = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{2l}$.

Тогда

$$A = U_2 - U_1 = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{2l} - \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{l} = -\frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{2l} =$$

$$= -\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot (-2) \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0{,}1} = 9 \cdot 10^{-2} = 0{,}09\,(Дж).$$

Mashinfizika.ru

И, наконец, важный пример совместного использования законов сохранения энергии и импульса в задачах электростатики.

Задача. Электрон с зарядом e, массой m движется из бесконечности по направлению к другому, незакрепленному электрону со скоростью V. Определите минимальное расстояние между частицами в процессе движения.

Решение. Если бы второй электрон был закреплен, решение было бы обычным, основанным на переходе начальной кинетической энергии первого электрона в их общую потенциальную после максимального сближения. Но в нашем случае при приближении первого электрона второй начинает удаляться от него, так как действующая между частицами кулоновская сила тормозит первый и разгоняет второй. До тех пор, пока скорость первого больше скорости второго, расстояние между частицами уменьшается. Затем наступает момент, когда скорости выравниваются, после чего скорость второго продолжает расти, а скорость первого уменьшаться. С этого момента расстояние начинает увеличиваться. Таким образом, минимальное расстояние между частицами будет тогда, когда их скорости равны. (Осмыслите и запомните эту ситуацию, она очень часто встречается при решении сложных задач). Пусть скорости частиц в этот момент V_1. По закону сохранения импульса

$$m \cdot V = m \cdot V_1 + m \cdot V_1$$

и

$$V_1 = \frac{V}{2},$$

т.е. скорости частиц в момент максимального сближения в два раза меньше скорости первого электрона. Теперь закон сохранения энергии

$$E_{K1} + U_1 = E_{K2} + U_2 .$$

$U_1 = 0$ (электроны бесконечно далеко друг от друга),

$$E_{K1} = \frac{mV^2}{2},$$

$$E_{K2} = 2\frac{mV_1^2}{2} = 2\frac{m \cdot \frac{V^2}{4}}{2} = \frac{mV^2}{4},$$

$$U_2 = \frac{k \cdot e^2}{x},$$

Masterfizika.ru

где x – минимальное расстояние. Отсюда

$$\frac{k \cdot e^2}{x} = E_{K1} - E_{K2} = \frac{mV^2}{4}$$

и

$$x = \frac{4k \cdot e^2}{mV^2}.$$

4 КОНДЕНСАТОРЫ. ЕМКОСТЬ КОНДЕНСАТОРА. ЭНЕРГИЯ ЗАРЯЖЕННОГО КОНДЕНСАТОРА. СОЕДИНЕНИЕ КОНДЕНСАТОРОВ

Плоским конденсатором называется система из двух параллельно расположенных пластин одинаковой формы, которые при включении их в электрическую схему заряжаются одинаковыми по величине, но противоположными по знаку зарядами (рисунок 19).

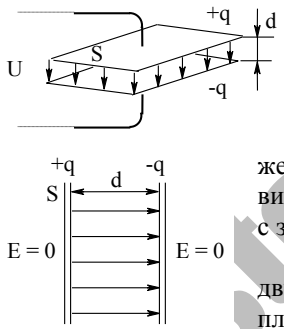


Рисунок 19

Напомним основные формулы и понятия, связанные с конденсаторами, необходимые для решения школьных задач.

Зарядом конденсатора называется величина заряда на его положительно заряженной пластине. Сумма зарядов пластин, очевидно, равна нулю, но заряд конденсатора равен с заряду *одной* пластины.

Электрическое поле совпадает с полем двух бесконечных, равномерно заряженных пластин с одинаковыми по величине, но противоположными по знаку поверхностными плотностями заряда $\sigma = q / S$, где S – площадь пластин.

При сложении по принципу суперпозиции напряженности их полей снаружи конденсатора уничтожаются как равные по величине, но противоположно направленные векторы. Внутри эти векторы направлены одинаково, поэтому результирующая напряженность поля внутри конденсатора равна удвоенному значению напряженности одной пластины

$$E = 4\pi \cdot k \cdot \sigma = \frac{4\pi \cdot k \cdot q}{S}.$$

Разница потенциалов между пластинами конденсатора для такого поля

$$\Delta\varphi = E \cdot d\,,$$

где d – расстояние между пластинами. Для конденсатора разница потенциалов пластин и напряжение U это одно и то же: $\Delta\varphi = U$. Чаще при решении задач с конденсаторами пользуются именно понятием напряжения. Итак

$$U = E \cdot d\,.$$

Перейдем теперь к важнейшему (наряду с напряженностью и потенциалом) в электростатике понятию – *электрической емкости*. При увеличении заряда конденсатора пропорционально растут и напряженность с напряжением. Чем больше заряд, тем больше напряжение между пластинами. Коэффициент пропорциональности в уравнении, связывающем их, это и есть электрическая емкость конденсатора C

$$q = C \cdot U\,,$$

$$C = \frac{q}{U}\,.$$

Можно сказать и так: чем больше емкость конденсатора, тем больше заряд на его пластинах при заданном напряжении между ними. Для плоского конденсатора

$$C = \frac{S}{4\pi \cdot k \cdot d}\,,$$

где S – площадь пластин, d – расстояние между ними.

При заполнении внутреннего пространства между пластинами диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε, емкость конденсатора увеличивается в ε раз

$$C = \varepsilon \cdot C_0\,,$$

где C_0 – емкость того же конденсатора без диэлектрика ("воздушного" конденсатора). Измеряется емкость в фарадах [Ф]. $1\Phi = \frac{1Кл}{1В}$.

И наконец последнее, перед тем как приступить к разбору задач. При зарядке конденсатор "запасает" электрическую энергию W

$$W = \frac{C \cdot U^2}{2}\,.$$

Иногда удобнее пользоваться другой формулой для энергии. Поскольку $q = C \cdot U$, $U = \frac{q}{C}$,

MasterFizIki.ru

$$W = \frac{q^2}{2C}.$$

Чаще всего в школьной практике разбираются задачи, в которых фигурирует батарея конденсаторов (т.е. несколько конденсаторов, соединенных параллельно, последовательно или в какой-либо комбинации этих соединений). При их решении необходимо действовать подобно задачам с сопротивлениями и законом Ома, то есть поочередно заменять обнаруженные в цепи участки с последовательным или параллельным соединением конденсаторов на один конденсатор эквивалентной емкости. Однако, при расчете эквивалентной емкости параллельно соединенных конденсаторов (рисунок 20) используется формула, аналогичная формуле для расчета последовательно соединенных сопротивлений

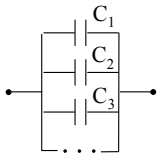


Рисунок 20

$$C_{общ.} = C_1 + C_2 + C_3 + ...$$

Для последовательного соединения конденсаторов (рисунок 21), наоборот, формула аналогична используемой для расчета параллельно соединенных сопротивлений

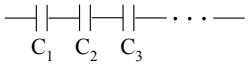


Рисунок 21

$$\frac{1}{C_{общ.}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ...$$

Для двух последовательно соединенных конденсаторов, как и для двух параллельных сопротивлений,

$$C_{общ.} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}.$$

Задача. Батарея конденсаторов, соединенных как показано на рисунке 22, подключена к источнику с напряжением 100 В. Определите энергию заряженной батареи. $C_1 = C_2 =$ 10 мкФ, $C_3 = C_4 =$ 15 мкФ, $C_5 =$ 8 мкФ.

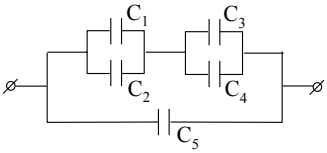


Рисунок 22

Решение. Сначала определим общую емкость батареи. Заменим параллельно соединенные пары C_1, C_2 и C_3, C_4 на эквивалентные

$C_6 = C_1 + C_2 = 20$ мкФ,
$C_7 = C_3 + C_4 = 30$ мкФ.

Masterfizik.ru

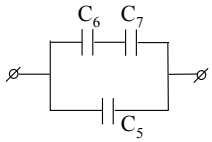


Рисунок 22а

Получаем схему, представленную на рисунке 22а. Теперь заменим последовательно соединенные C_6 и C_7 на эквивалентный конденсатор

$$C_8 = \frac{C_6 \cdot C_7}{C_6 + C_7} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12\,(\text{мкФ}).$$

Получаем параллельное соединение C_8 и C_5 (рисунок 22б), общая емкость которых

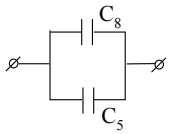


Рисунок 22б

$$C_{общ.} = C_8 + C_5 = 20\,\text{мкФ}.$$

Далее уже легко посчитать энергию батареи

$$W = \frac{C_{общ.} \cdot U^2}{2} = \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4}{2} = 0{,}1\,(Дж).$$

Теперь разберем две очень важных задачи, являющихся основой для целого ряда других задач, часто предлагающихся на вступительных экзаменах.

Задача. К конденсатору емкостью C_1 = 10 мкФ, заряженному до напряжения 200 В, подключают конденсатор емкостью C_2 = 20 мкФ, заряженный до напряжения 350 В, соединяя друг с другом их одноименно заряженные обкладки. Определите напряжения полученной батареи конденсаторов. Сколько тепла выделится в соединительных проводах при этом?

Решение. Эквивалентная емкость батареи

$$C = C_1 + C_2 = 30\ \text{мкФ}.$$

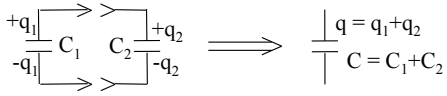


Рисунок 23

При определении заряда батареи в подобных задачах читайте внимательно условие: соединяются друг с другом одноименно заряженные обкладки или наоборот. При подключении конденсаторов сумма зарядов q_1 и q_2 на соединенных друг с другом обкладках сохраняется и равна заряду батареи q. При этом, если заряды на обкладках имеют один знак, они складываются, если разный – вычитаются. В нашей задаче

$$q = q_1 + q_2 = C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2 =$$
$$= 10 \cdot 10^{-6} \cdot 200 + 20 \cdot 10^{-6} \cdot 350 = 9 \cdot 10^{-3}\ (\text{Кл}).$$

Напряжение батареи

$$U = \frac{q}{C} = \frac{C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2}{C_1 + C_2} = \frac{9 \cdot 10^{-3}}{30 \cdot 10^{-6}} = 300\,(\text{В}).$$

При ответе на второй вопрос задачи не обойтись без закона сохранения энергии. Он используется всегда, когда разговор заходит о количестве выделившегося тепла. Выделившееся тепло Q представляет собой одну из форм энергии (внутреннюю), поэтому

$$W_1 = W_2 + Q,$$

где W_1 – начальная энергия обоих конденсаторов,

$$W_1 = \frac{C_1 \cdot U_1^2}{2} + \frac{C_2 \cdot U_2^2}{2},$$

W_2 – энергия батареи после соединения,

$$W_2 = \frac{C \cdot U^2}{2}.$$

Отсюда

$$Q = W_1 - W_2 = \frac{C_1 \cdot U_1^2}{2} + \frac{C_2 \cdot U_2^2}{2} - \frac{C \cdot U^2}{2} =$$

$$= \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^4}{2} + \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 12{,}25 \cdot 10^4}{2} - \frac{30 \cdot 10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^4}{2} =$$

$$= 0{,}075\,(Дж).$$

Задача. Два первоначально незаряженных конденсатора емкостями C_1 = 20 мкФ и C_2 = 30 мкФ соединены последовательно и подключены к источнику напряжением U = 100 В. Определите напряжение на каждом из конденсаторов. Какой заряд пройдет по цепи, если расстояние между пластинами второго конденсатора увеличить в полтора раза?

Решение. Рассчитаем эквивалентную емкость батареи конденсаторов.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2},$$

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12\,(\text{мкФ}).$$

Заряд на эквивалентной емкости (рисунок 24)

$$q = C \cdot U = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\ (Кл).$$

MasterFizika.ru

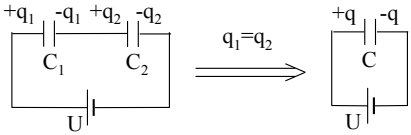


Рисунок 24

Чтобы определить напряжение на каждом из конденсаторов по отдельности, надо разобраться с их зарядами. А теперь внимание! Заряд каждого из конденсаторов в последовательном соединении равен заряду всей батареи. Это можно понять, если заметить, что суммарный заряд на обкладках конденсаторов, которыми они соединены друг с другом, первоначально равен нулю. После подключения к источнику их суммарный заряд равен минус $q_1 + q_2$ (см. рисунок 24), но поскольку измениться он не может (заряду неоткуда прийти и некуда уйти), то

$$-q_1 + q_2 = 0,$$

$$q_1 = q_2 = q = C \cdot U = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\ (Кл).$$

Напряжения легко рассчитать, если известны заряды

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-6}} = 60\,(\text{В}),$$

$$U_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-3}}{30 \cdot 10^{-6}} = 40\,(\text{В}).$$

Теперь второй вопрос о протекающем в цепи заряде. При изменении расстояния между пластинами конденсатора изменяется его емкость. Поскольку емкость плоского конденсатора равна $\frac{S}{4\pi \cdot k \cdot d}$, где S – площадь пластин, d – расстояние между ними, при увеличении расстояния d в 1,5 раза емкость конденсатора C_2 = 30 мкФ станет равной

$$C_2^{'} = \frac{C_2}{1{,}5} = 20\,(\text{мкФ}).$$

Общая емкость батареи станет равной

$$C^{'} = \frac{C_1 \cdot C_2^{'}}{C_1 + C_2^{'}} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = 10\,(\text{мкФ}),$$

заряд батареи изменится и станет равен

MasterFizik.ru

$$q' = C' \cdot U = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 1 \cdot 10^{-3}\ (Кл).$$

Напомним, первоначально ее заряд был равен $q = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ (*Кл*). "Лишний" заряд $\Delta q = q - q' = 1{,}2 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-3} = 0{,}2 \cdot 10^{-3}$ (*Кл*) и пройдет по цепи, "вернувшись" в источник.

4.1 Задачи с использованием емкости конденсатора

Разбирая предыдущий случай, Вы уже познакомились с этим типом задач. Изменение емкости может осуществляться за счет изменения расстояния между пластинами, заполнения пространства между обкладками диэлектриком или извлечения диэлектрика из конденсатора, подключения дополнительной емкости. Вопросы в таких задачах обычно связаны с определением работы внешних сил или выделением тепла в цепи (рассчитываются через закон сохранения энергии), либо с определением заряда, протекающего в цепи (рассчитывается через изменение начального и конечного зарядов на обкладках).

При их решении, в первую очередь, обращайте внимание на то , отключены конденсаторы от источника или подключены к нему.

В первом случае заряд на пластинах конденсатора сохраняется, что и используется при решении.

Задача. Воздушный конденсатор емкостью C_0 заряжен до напряжения U и отключен от источника. Определите работу, которую необходимо совершить, чтобы вдвое увеличить расстояние между пластинами. Как изменится при этом напряженность электрического поля в конденсаторе и напряжение между его пластинами?

Решение. Заряд на пластинах отключенного от источника конденсатора не меняется и равен первоначальному

$$q = C_0 \cdot U.$$

Емкость конденсатора при увеличении расстояния между пластинами в два раза уменьшится вдвое

$$C = \frac{C_0}{2}.$$

Работу определяем из закона сохранения энергии:

$$W_1 + A = W_2,$$

где W_1 – начальная энергия конденсатора, W_2 – его энергия после раздвигания пластин.

$$W_1 = \frac{C_0 \cdot U^2}{2},$$

MasterFizik.ru

$$W_2 = \frac{q^2}{2C} = \frac{(C_0 \cdot U)^2}{2 \cdot \frac{C_0}{2}} = C_0 \cdot U^2 .$$

$$A = W_2 - W_1 = \frac{C_0 \cdot U^2}{2} .$$

Для ответа на второй вопрос задачи вспомним, что напряженность поля в конденсаторе равна векторной сумме напряженностей его пластин

$$E = 2 \cdot 2\pi \cdot k \cdot \sigma = 4\pi \cdot k \cdot \sigma = 4\pi \cdot k \cdot \frac{q}{S} .$$

Поскольку заряд пластин q не меняется, не меняется поверхностная плотность заряда σ, а следовательно, и напряженность остается постоянной. Напряжение на конденсаторе

$$U = E \cdot d ,$$

где d – расстояние между пластинами. Так как d увеличивается вдвое, а E не изменилась, то и напряжение увеличилось вдвое.

А теперь решим подобную задачу, но для конденсатора, подключенного к источнику.

Задача. Воздушный конденсатор емкостью C_0 подключен к источнику напряжением U. Определите работу, которую необходимо совершить, чтобы увеличить расстояние между его пластинами вдвое.

Решение. Здесь новая емкость конденсатора C также вдвое меньше прежней C_0

$$C = \frac{C_0}{2} .$$

Но заряд на пластинах не сохраняется, так как конденсатор подключен к источнику. А вот напряжение на конденсаторе остается равным напряжению источника. Начальная энергия конденсатора

$$W_{1C} = \frac{C_0 \cdot U^2}{2} ,$$

энергия после раздвигания пластин

$$W_{2C} = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{C_0 \cdot U^2}{4} .$$

Но будьте осторожны при использовании закона сохранения энергии в задачах с подключенным источником, так как энергия источника также меняется при протекании через него заряда. Если заряд Δq "возвраща-

MasterFiziki.ru

ется" с конденсатора на источник при напряжении U, то начальная энергия источника $W_{1И}$ увеличивается на величину $\Delta q \cdot U$ и

$$W_{2И} = W_{1И} + \Delta q \cdot U .$$

Если наоборот заряд Δq переходит от источника к конденсатору (источник заряжает конденсатор), то внутренняя энергия источника $W_{1И}$ уменьшается на ту же величину $\Delta q \cdot U$. При наличии источника верная запись закона сохранения энергии будет такой

$$W_{1C} + W_{1И} + A = W_{2C} + W_{2И} ,$$

где $W_{1И}$ и $W_{2И}$ – начальная и конечная энергии источника напряжения.

В нашей задаче величина заряда на конденсаторе изменяется от $q_1 = C_0 \cdot U$ до $q_2 = C \cdot U = \dfrac{C_0 \cdot U}{2}$, т.е. заряд $\Delta q = q_1 - q_2 = \dfrac{C_0 \cdot U}{2}$ "возвращается" на источник, и энергия источника увеличивается на

$$\Delta q \cdot U = \frac{C_0 \cdot U_И}{2} = \frac{C_0 \cdot U^2}{2} .$$

Тогда

$$W_{2И} = W_{1И} + \frac{C_0 \cdot U^2}{2} ,$$

$$W_{1C} + W_{1И} + A = W_{2C} + W_{2И} ,$$

$$\frac{C_0 \cdot U^2}{2} + W_{1И} + A = \frac{C_0 \cdot U^2}{4} + W_{1И} + \frac{C_0 \cdot U^2}{2} ,$$

откуда

$$A = \frac{C_0 \cdot U^2}{4} .$$

MasterFiziki.ru